

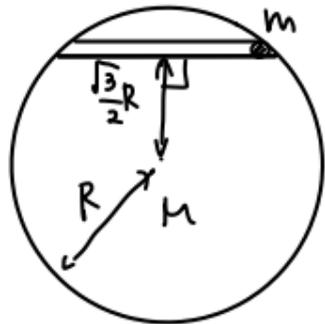
<#12> 力学

F-7-D 万有引力、単振動、衝突

II 地球に図のようにトンネルをあける。このトンネルの端に質量  $m$  の質点を置く。単振動を始めた。

(1) 単振動の周期を求めよ。地球の全質量は  $M$  とする。

(2) 質点の速さの最大値を求めよ



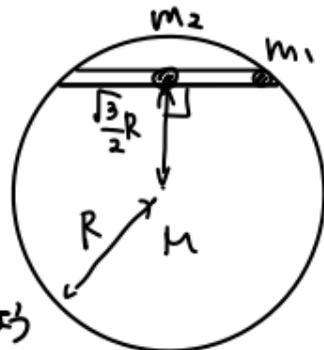
同じトンネルの中心に質量  $m_2$  の質点を置く。前問の質点と同じ位置に質量  $m_1$  の質点を置く。

(3) どちらかすると。

質点同士が弾性衝突した。

質点 2 がトンネルから抜け出すためには、

$m_1$  と  $m_2$  の関係がどのようなものになるか求めよ。



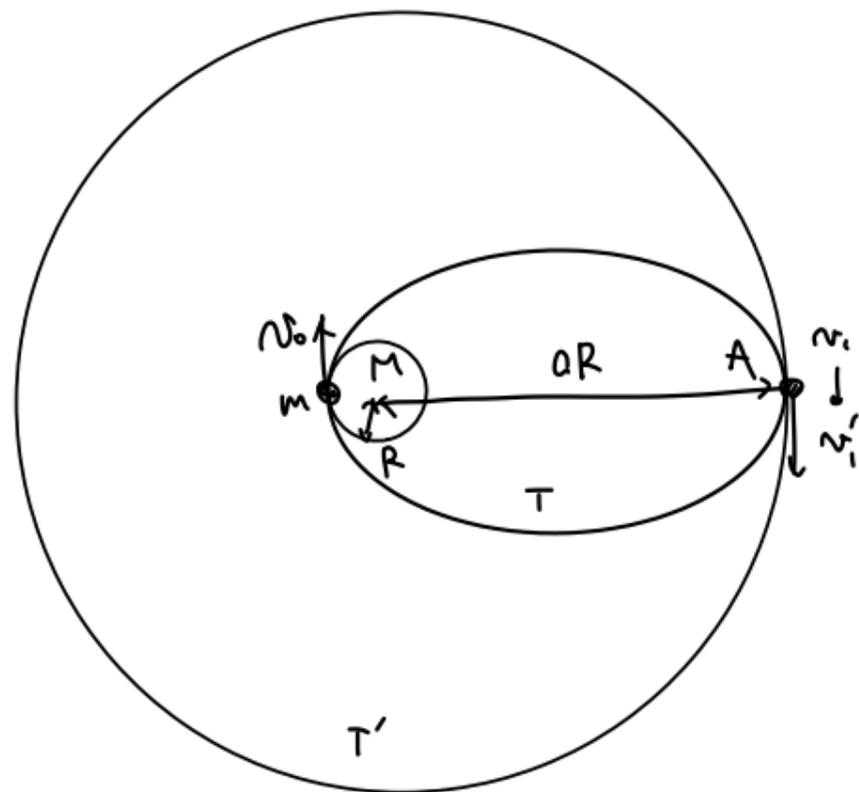
(4) 前問の条件を満たすとき、トンネルからとび出した質点 2 は必ずその後地球に戻ってくることを示せ。

2) 図のように質量  $M$  半径  $R$  の惑星から質量  $m$  の衛星を速さ  $v_0$  で打ち出すと、円軌道を描いた。点  $A$  で衛星の速さを  $v_1$  から  $v_1'$  にすると、円軌道から円軌道へ変化した。

(1)  $v_0$  を用いて  $v_1$  を表せ。

(2)  $v_1'$  を  $a, R, M, G$  を用いて表せ。

(3)  $\Gamma$  円軌道を描く周期を  $T$ 、円軌道の高さを  $T'$  とすると、 $\frac{T'}{T}$  を  $a$  を用いて表せ。



(3) 一様な重力下で (重力加速度  $g$ )

ロケットを上方に加速させる。単位時間あたり、

質量  $\mu$  の気体をロケットに対して相対速度  $u$

で噴出し続ける。初期のロケットの質量を  $m_0$

とし、 $t=0$  から気体を噴出し始めたとする。

(1) 時刻  $t$  におけるロケットの質量  $m(t)$  は  
いかに。

(2) 時刻  $t$  から  $t+\Delta t$  の微小時間  $\Delta t$  の間に、  
ロケットの速度が  $v$  から  $v+\Delta v$  に変わったとする。  
この間にロケットの運動量の変化を  $\Delta p$  とし、  
を用いて表せ。

(3) 同じ  $\Delta t$  の間にロケットが得る運動量を  $\Delta p$  とし、  
 $\Delta t$  を用いて表せ。

(4) ロケットが得る力積が  $\Delta p$  であり、ロケットに  
与える力積は等しいことに注意して、  
この  $\Delta t$  の間にロケットの加速度  $\Delta v/\Delta t$  を  
求めよ。

