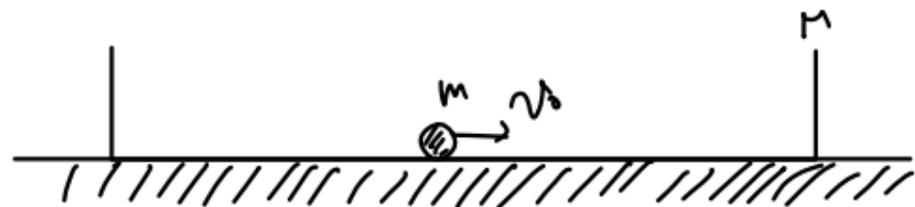


<#9> 力学

キーワード 衝突、二体問題、ばね

①

質量 M の箱を水平面に置き、その中に質量 m の質点が図のようにあるとする。この箱と質点の間には摩擦がなく、両者ともに紙面上の方向にのみ運動をする。また、箱と床との摩擦も無視できるとする。



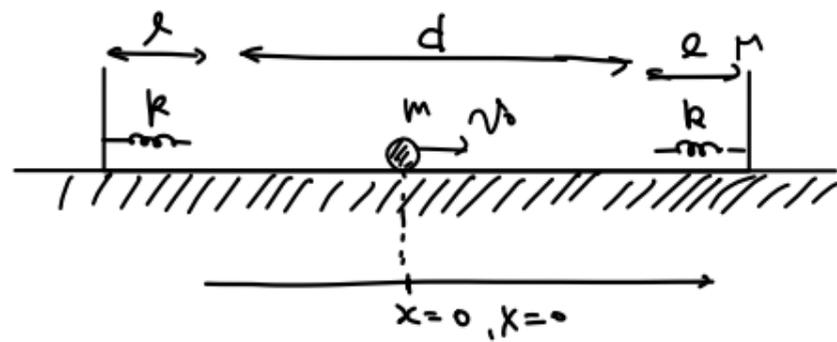
(1) 初め、両者は静止している状態にあるが、あるとき、質点に初速度 v_0 (右向き) を与えよ。その後、質点は箱の壁とぶつかり、質点は速度 v_1 、箱は V_1 となる。この通り定数 ϵ とすると、 v_1 と V_1 を求めよ。

(2) その後しばらくすると、今度は反対側の壁と質点がぶつかり、箱の速度が V_2 に、質点は v_2 になるとする。 v_2 と V_2 を求めよ。

(3) このように繰り返し、 n 回の衝突を終えた直後の質点の速度 v_n と箱の速度 V_n を求めよ。

(1) 前問の結果から、衝突は無限回繰り返れ、
 質点と箱の速度が一定になるまで繰り返れる。
 無限回の衝突による損失はエネルギーを
 計算せよ。

X, V, A とする。 $ET = t=0$ において、
 $x=0, X=0$ とする。



(2) 同じ箱の内部の両端にはばね定数 k 、
 自然長 l のばねをとりつけた。このとき、図の
 ようにばねの固定されている側の先端間の
 距離は d であった。時刻 $t=0$ において
 質点に初速度 v_0 を与えた後の運動を
 考察する。ただし、任意の時刻 t ($t>0$)
 における質点の位置、速度、加速度を
 x, v, a とし、箱の重心についても同様に、

(1) ばねが伸び、右側のばねと質点が
 接触し、その後再び離れた、離れた
 直後の v と V を求めよ。

(2) 右側のばねに接触し、ばねが縮んで
 いる瞬間を考察する。このとき、箱から

見た質点の相対加速度 $(a-A)$ と、相対位置 $(x-X)$ の関係を求めよ。

(3) 前問の結果、質点 P は B と接触している間、箱から見た質点は単振動を行っていた。この周期と、 B の縮みの最大値を求めよ。

(4) $t=0$ から始まって、 $x-X$ が再び 0 になるまでの間の $(x-X)$ のグラフを縦軸として、