

1. 条件 $a_1 = 2, a_{n+1} = 4a_n + 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{(1)}$ であり、初項から第 k 項までの和は $\boxed{(2)}$ である。

福岡大学 法など 2020 年 改

2. 正の実数 p, q ($p > 1$) と定数 a に対して、数列 $\{x_n\}$ が

$$x_1 = a, x_{n+1} = \frac{p-1}{p}x_n + q \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 一般項 x_n を求めよ。
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ。
- (3) $p = 10, q = \frac{1}{10}, a = 0$ のとき、 x_2, x_3, x_4 を求めよ。
- (4) $p = 10, q = \frac{1}{10}, a = 0$ のとき、 $x_n > 0.99$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。必要があれば、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いてよい。

鳥取大学 工など (前期) 2020 年

3. 条件 $a_1 = \frac{1}{10}, a_{n+1} = a_n + \left(\frac{1}{10}\right)^{n+1}$ ($n = 1, 2, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は $\boxed{(1)}$ である。また、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ($n = 1, 2, \dots$) によって定められる数列 $\{S_n\}$ の一般項は $\boxed{(2)}$ である。

福岡大学 工など (前期) 2020 年 改

4. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が、

$$S_n = 2a_n - 3n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と表されるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 初項 a_1 を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

独協大学 法など (A 方式) 2020 年

5. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n としたとき、条件

$$5a_n = 2S_n - 2n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立っているとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_1, a_2 の値を求めよ。
- (2) a_{n+1} と a_n の関係式を求めよ。
- (3) a_n を n を用いて表せ。
- (4) S_n を n を用いて表せ。

香川大学 創造工など (前期) 2020 年

6. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = (n+3) \left(\frac{1}{3}a_n - 2 \right)$$

を満たすとする。

- (1) a_1 を求めなさい。
- (2) a_{n+1} を a_n, n を用いて表しなさい。
- (3) 一般項 a_n を n を用いて表しなさい。

大分大学 理工など (前期) 2020 年

7. 数列 $\{a_n\}$ を、 $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 2n - 4$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) により定める。数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

秋田大学 理工など (前期) 2020 年

8. 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 9, a_{n+1} = 3^{6n-9}(a_n)^3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) により定め、 $b_n = \log_3 a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおく。このとき、以下の問いに答えよ。
- (1) b_{n+1} を b_n で表せ。
 - (2) $b_{n+1} + \alpha(n+1) + \beta = 3(b_n + \alpha n + \beta)$ となる定数 α, β を求めよ。
 - (3) (2) を用いて b_n の一般項を求めよ。

東北学院大学 工 (前期) 2020 年

9. $a_1 = 1, a_2 = e, a_{n+2}^3 = a_{n+1}^2 a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

防衛医科大学校 記述式 2020 年

10. $a_1 = 10\sqrt{10}$, $a_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{10}}a_n\sqrt{a_n}$ ($n = 1, 2, \dots$)
 によって定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。
 (1) $b_n = \log_{10} a_n$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
 (2) $a_n > 2^{1000}$ となる最小の自然数 n を求めよ。ただし、必要ならば $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算してよい。

津田塾大学 学芸 (一般 A 方式) 2020 年

11. $a_1 = 27$, $a_{n+1} = 3\sqrt{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす数列 $\{a_n\}$ がある。
 (1) $a_3 = \boxed{(1)}$, $a_4 = \boxed{(2)}$ である。
 (2) $b_n = \log_3 a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくと、数列 $\{b_n\}$ の第 n 項は

$$\boxed{(3)} \left(\boxed{(4)} \right)^{n-1} + \boxed{(5)}$$

と表される。したがって、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \boxed{(6)}$ である。

- (3) $c_1 = \frac{7}{18}$, $c_{n+1} = \frac{8c_n}{4c_n + 1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす数列 $\{c_n\}$ がある。
 i. $c_3 = \boxed{(7)}$, $c_4 = \boxed{(8)}$ である。
 ii. $d_n = \frac{1}{c_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくと、数列 $\{d_n\}$ の第 n 項は

$$\boxed{(9)} \left(\boxed{(10)} \right)^{n-1} + \boxed{(11)}$$

東京理科大学 薬 (B 方式) 2020 年 改

12. 次の条件により定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = \frac{1}{3}, a_{n+1} = \frac{a_n}{2 - a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

札幌医科大学 医 (前期) 2020 年

13. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{4a_n + 2}{a_n + 5}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ について考える。このとき $a_3 = \boxed{(1)}$ である。また、 $\frac{a_n + 2}{a_n - 1} = b_n$ とおくと、 b_{n+1} を b_n の式で表すと $b_{n+1} = \boxed{(2)}$ となる。 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{(3)}$ である。

北里大学 獣医 (前期) 2020 年 改

14. 数列 $\{a_n\}$ は次を満たすとする。

$$a_1 = 6, a_{n+1} = \frac{6a_n + 5}{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_n - 5 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。このとき、すべての自然数 n に対して、 $b_n > 0$ が成り立つことを示せ。

- (2) (2) で定めた b_n に対して、数列 $\left\{ \frac{1}{b_n} \right\}$ の一般項を求めよ。また、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
 (3) 自然数 n に対して、

$$S_n = \sum_{k=1}^n \left(a_k - \frac{5001}{1000} \right)$$

と定める。このとき、 S_n が最大となる n を求めよ。

弘前大学 理工など (前期) 2020 年

15. 数列 $\{a_n\}$ は、初項 $a_1 = 1$ であり、漸化式

$$a_{n+1} = 3a_n + 2^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。 $a_2 = \boxed{(1)}$ である。 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ とすると、

$$b_{n+1} = \frac{\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}} b_n + \frac{\boxed{(4)}}{\boxed{(5)}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。 k を実数とする。

$$b_{n+1} + k = \frac{\boxed{(2)}}{\boxed{(3)}} (b_n + k) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つのは $k = \boxed{(6)}$ のときである。 $c_n = b_n + \boxed{(6)}$ とする。数列 $\{c_n\}$ の一般項は、

$$c_n = \left(\frac{\boxed{(7)}}{\boxed{(8)}} \right)^{n-1} \boxed{(9)}$$

である。数列 $\{a_n\}$ の一般項は、

$$a_n = \boxed{(10)}^{\boxed{(11)}} - \boxed{(12)}^{\boxed{(13)}}$$

である。 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とおくと、

$$S_n = \frac{\boxed{(14)}}{\boxed{(15)}} \left(\boxed{(16)}^{\boxed{(17)}} - \boxed{(18)}^{\boxed{(19)}} + 1 \right)$$

である。 $4a_n - 2S_n + 1$ が 14 桁の整数になる n のうち、最も小さい n は $n = \boxed{(20)}$ である。ここで、必要ならば $0.30 < \log_{10} 2 < 0.31$, $0.47 < \log_{10} 3 < 0.48$ であることを用いてもよい。

16. 数列 $\{a_n\}$ が、

$$a_1 = 31, a_{n+1} = \frac{(n+3)a_n - 28}{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定義されるとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 の値を求めよ。
- (2) (1) の結果から一般項 a_n を推測し、それが正しいことを数学的帰納法によって証明せよ。
- (3) $\sum_{n=1}^{40} a_n$ の値を求めよ。

岩手大学 農 (前期) 2020 年

17. 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{na_n}{na_n + n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。以下の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 の値を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を推測し、それがすべての自然数 n について成り立つことを数学的帰納法によって証明せよ。

愛知教育大学 教育 (前期) 2020 年

18. 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = \frac{1}{3}, a_{n+1} = \frac{a_n}{2 - (n+1)a_n}$$

で定める。

- (1) a_2, a_3, a_4 の値を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ の和を求めよ。
- (4) $n = 3, 4, 5, \dots$ に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_{n+k-2} \sqrt{a_{n+k-2}}$ とおく。このとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} S_n$ を求めよ。

津田塾大学 学芸 (一般 A 方式) 2020 年

19. 2 次方程式 $x^2 - 3x + 4 = 0$ の解を α, β とし、数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \alpha^n + \beta^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。

- (1) a_1, a_2 の値を求めよ。
- (2) n を 2 以上の自然数とすると、

$$a_{n+1} - 3a_n + 4a_{n-1} = 0$$

が成り立つことを示せ。

- (3) すべての自然数 n について、 a_n は奇数であることを示せ。

広島市立大学 情報科学 (前期) 2020 年 改

20. 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_0 = 1, a_n = a_{n-1} + \frac{(-1)^n}{n!} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。次の問いに答えよ。

- (1) m を自然数とすると、 $a_{2m-2} > a_{2m}, a_{2m-1} < a_{2m+1}$ を示せ。
- (2) $n \geq 2$ のとき、 $0 < a_n < 1$ を示せ。

大阪市立大学 商など (前期) 2020 年

21. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$b_n = a_{n+1} - a_n$ とする。数列 $\{b_n\}$ の一般項は $\boxed{(1)}$ となる。 $\{a_n\}$ の一般項は $\boxed{(2)}$ となる。

関西大学 システム理工など 2020 年 改

22. 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を

$$\begin{cases} a_1 = 1, \frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_n}{n} \\ b_1 = 1, b_{n+1} = \frac{n+1}{2n} b_n + \frac{1}{2^n n} \end{cases}$$

により定める。 $(n = 1, 2, 3, \dots)$

次の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $c_n = \frac{b_n}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) $S_n = \sum_{k=1}^n b_k \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ とするとき、 S_n を n の式で表せ。

東京農工大学 農など (前期) 2020 年

23. 数列 $\{a_n\}$ は

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + 4n + 8 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

を満たしているとする。 $b_n = \frac{1}{a_n}$ において、 b_n を求めると

$$b_n = (1)n^2 + (2)n + (3)$$

である。したがって、

$$a_n = \frac{1}{(1)n^2 + (2)n + (3)}$$

となる。このとき、

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{(4)}{(5)}$$

である。

東京理科大学 理工 (B 方式) 2020 年 改

24. 数列 $\{a_n\}$ は、初項 a_1 が 0 であり、 $n = 1, 2, 3, \dots$ のとき次の漸化式を満たすものとする。

$$a_{n+1} = \frac{n+3}{n+1} \{3a_n + 3^{n+1} - (n+1)(n+2)\} \quad \dots \textcircled{1}$$

(1) $a_2 = (1)$ である。

(2) $b_n = \frac{a_n}{3^n(n+1)(n+2)}$ とおき、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよう。 $\{b_n\}$ の初項 b_1 は (2) である。 $\textcircled{1}$ の両辺を $3^{n+1}(n+2)(n+3)$ で割ると

$$b_{n+1} = b_n + \frac{(3)}{(n+(4))(n+(5))} - \left(\frac{1}{(6)}\right)^{n+1}$$

を得る。ただし、 $(4) < (5)$ とする。したがって

$$b_{n+1} - b_n = \left(\frac{(7)}{(n+(4))} - \frac{(7)}{(n+(5))}\right) - \left(\frac{1}{(6)}\right)^{n+1}$$

である。 n を 2 以上の自然数とすると、

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{(7)}{(k+(4))} - \frac{(7)}{(k+(5))}\right) = \frac{1}{(8)} \left(\frac{n-(9)}{n+(10)}\right) \\ \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{(6)}\right)^{k+1} = \frac{(11)}{(12)} - \frac{(13)}{(14)} \left(\frac{1}{(6)}\right)^n \end{cases}$$

が成り立つことを利用すると

$$b_n = \frac{n-(15)}{(16)(n+(17))} + \frac{(13)}{(14)} \left(\frac{1}{(6)}\right)^n$$

が得られる。これは $n = 1$ のときも成り立つ。

(3) (2) により、 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \frac{(18)^{n-(19)}}{(n^2-(20))} + \frac{(n+(21))(n+(22))}{(23)}$$

で与えられる。ただし、 $(21) < (22)$ とする。このことから、すべての自然数 n について、 a_n は整数となることがわかる。

(4) k を自然数とする。 a_{3k} 、 a_{3k+1} 、 a_{3k+2} を 3 で割った余りはそれぞれ (24) 、 (25) 、 (26) である。また、 $\{a_n\}$ の初項から第 2020 項までの和を 3 で割った余りは (27) である。

センター試験 (本試) 2020 年 改

25. 定数 α 、 β 、 γ に対して、数列 $\{a_n\}$ を以下の条件で定める。

$$a_1 = \alpha, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{5} + \frac{\beta n + \gamma}{5^{n+2}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $a_3 = \frac{\alpha}{(1)} + \frac{(2)\beta + (3)\gamma}{(4)}$ であり、 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$5^n a_n = \frac{\beta}{(5)} n^2 + \frac{1}{(6)} \left(\gamma - \frac{\beta}{(7)}\right) n + (8)\alpha - \frac{\gamma}{(9)}$$

が成り立つ。

(2) $\beta \neq 0$ かつ $\gamma = 25\alpha$ のときを考える。

$$S_n = \sum_{k=1}^n 5^k a_k$$

とすると

$$S_n = \frac{\beta n}{(10)} (n+(11)) \left(n+(12)\frac{\alpha}{\beta} - (13)\right)$$

であり、さらに $\beta = 25\alpha$ のときには

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{S_k} = \frac{(14)}{(15)} \times \frac{n(n+(16))}{\alpha(n+(17))(n+(18))}$$

である。ただし、 $(17) \leq (18)$ とする。

(3) $\beta = 0$ のとき

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \frac{(19)}{(20)} \alpha + \frac{\gamma}{(21)}$$

である。ただし

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{5^n} = 0$$

を用いてよい。

東京理科大学 工 (B 方式) 2020 年 改

26. $p > 1$ のとき、次の条件によって数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ を定める。

$$\begin{aligned} a_1 &= 2p - 1, \quad b_1 = 2p + 1, \\ a_{n+1} &= (p+1)a_n + (p-1)b_n - 1, \\ b_{n+1} &= (p-1)a_n + (p+1)b_n + 1 \end{aligned}$$

- (1) 数列 $\{a_n + b_n\}$ の一般項を求めよ。
 (2) 数列 $\{a_n - b_n\}$ の一般項を求めよ。
 (3) 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

信州大 経法など（前期）2020 年

27. 2 つの数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ が次の条件を満たしているとする。

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{p}{2} - \frac{1}{4}, \quad b_1 = -\frac{p}{2} + \frac{3}{4}, \quad b_2 = \frac{1}{2} \\ a_{n+1} &= (a_n - b_n + 1)^2 + p(a_n - b_n) + q \\ b_{n+1} &= (a_n - b_n + 1)^2 - p(a_n - b_n) - q \\ & \quad (\text{ただし } n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

ただし、 p 、 q は定数で $p \neq 0$ とする。 $u_n = a_n - b_n$ とおくと、以下の問いに答えよ。

- (1) q を p を用いて表せ。
 (2) u_{n+1} を u_n と p を用いて表せ。
 (3) u_n を n と p を用いて表せ。
 (4) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k)$ を求めよ。

三重大 教育など（前期）2020 年

28. 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ は次の条件によって定められている。

すべての自然数 n に対して a_n 、 b_n はともに整数で、
 $(3 + 2\sqrt{2})^n = a_n + \sqrt{2}b_n$

このとき以下の問いに答えよ。

- (1) a_1 、 b_1 、 a_2 、 b_2 を求めよ。
 (2) a_{n+1} 、 b_{n+1} それぞれを a_n と b_n を用いて表せ。
 (3) n を自然数とすると、 $(3 - 2\sqrt{2})^n = a_n - \sqrt{2}b_n$ を示せ。
 (4) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ を求めよ。

群馬大学 理工など（前期）2020 年 改

29. 次の条件によって定まる数列 $\{x_n\}$ 、 $\{y_n\}$ について考える。

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2}, \quad y_1 = 0, \quad \begin{cases} x_{n+1} = 3x_n - 2y_n \\ y_{n+1} = 2x_n - y_n \end{cases} \\ & \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

以下の問いに答えなさい。

- (1) $x_n - y_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めなさい。

- (2) 数列 $\{x_n\}$ 、 $\{y_n\}$ の一般項を求めなさい。

- (3) 座標平面上の点 $\left(\frac{19}{2}, 19\right)$ を中心とする半径 $2\sqrt{17}$ の円の内部を U とする。ただし、 U は境界線を含まないとする。点 (x_n, y_n) が U に含まれるような自然数 n をすべて求めなさい。

首都大東京 人文社会など（前期）2020 年 改

30. $\{a_n\}$ をすべての項が自然数であるような数列とする。また、 $\{p_n\}$ 、 $\{q_n\}$ を

$$\begin{aligned} p_1 &= 1, \quad p_2 = a_1, \quad p_n = a_{n-1}p_{n-1} + p_{n-2} \quad (n \geq 3) \\ q_1 &= 0, \quad q_2 = 1, \quad q_n = a_{n-1}q_{n-1} + q_{n-2} \quad (n \geq 3) \end{aligned}$$

により定まる数列とする。

- (1) $p_n q_{n+1} - p_{n+1} q_n$ の値を n の式で表せ。
 (2) p_n と q_n の最大公約数を求めよ。
 (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{p_n}{q_n} - \frac{p_{n+1}}{q_{n+1}} \right)$ を求めよ。
 (4) a を自然数の定数とし、すべての自然数 n に対して $a_n = a$ である場合を考える。
 i. p_n と q_{n+1} の間の関係を、できるだけ完結な式で表せ。
 ii. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p_n}{q_n}$ を求めよ。

東京理科大学 理 (B 方式) 2020 年 改

31. 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ を、 $a_1 = 1$ 、 $b_1 = 1$ かつ $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$\begin{aligned} \frac{a_n}{b_n} < 2 \text{ ならば } & \begin{cases} a_{n+1} = a_n + 1 \\ b_{n+1} = b_n \end{cases} \\ \frac{a_n}{b_n} \geq 2 \text{ ならば } & \begin{cases} a_{n+1} = a_n \\ b_{n+1} = b_n + 1 \end{cases} \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

で定める。

- (1) $a_3 = \boxed{(1)}$ 、 $b_3 = \boxed{(2)}$ 、 $a_6 = \boxed{(3)}$ 、 $b_6 = \boxed{(7)}$ である。

- (2) 一般に、自然数 m に対して

$$a_{3m} = \boxed{(8)}m + \boxed{(9)}, \quad b_{3m} = \boxed{(10)}m + \boxed{(11)} \quad \dots \textcircled{2}$$

が成り立つと推測される。この推測が正しいことを次のように確かめる。 $m = 1$ のとき②は正しい。 $m = k$ のとき②を仮定すると、①から

$$a_{3m+1} = \boxed{(12)}m + \boxed{(13)}, \quad b_{3m+1} = \boxed{(14)}m + \boxed{(15)}$$

となる。再び①から

$$a_{3m+2} = \boxed{(16)}m + \boxed{(17)}, \quad b_{3m+2} = \boxed{(18)}m + \boxed{(19)}$$

が成り立つ。さらに①から

$$a_{3m+3} = \boxed{(20)}m + \boxed{(21)}, \quad b_{3m+3} = \boxed{(22)}m + \boxed{(23)}$$

となるので、 $m = k + 1$ のときにも②は成り立つ。

(3) $n \geq 1$ に対して $S_n = \sum_{k=1}^n 10^{a_k}$ とする。自然数 m に対して、 $s = \boxed{(24)}$ とおくと $S_{3m} = \boxed{(25)} \boxed{(26)} (10^{sm} - 1)$ となる。よって、 S_{3m} は $\boxed{(27)} + \boxed{(28)}$ 桁の整数になる。

慶應義塾大 経済 (A 方式) 2020 年 改

32. 数列 $\{a_n\} (n = 1, 2, 3, \dots)$ は $a_1 = 1, a_2 = 2$ であり、 n が 3 以上の奇数のとき a_{n-2}, a_{n-1}, a_n が等差数列となり、 n が 4 以上の偶数のとき a_{n-2}, a_{n-1}, a_n が等比数列となっている。

- (1) このとき、 $a_3, a_4, \dots, a_8$ は、
 $a_3 = \boxed{(1)}, a_4 = \boxed{(2)}, a_5 = \boxed{(3)},$
 $a_6 = \boxed{(4)}, a_7 = \boxed{(5)}, a_8 = \boxed{(6)}$
 である。
 (2) $a_n \geq 100$ となるのは、 $n \geq \boxed{(7)}$ のときである。
 (3) 一般に

$$a_n = \begin{cases} \frac{1}{\boxed{(8)}} (n + \boxed{(9)}) (n + \boxed{(10)}) \\ (n \text{ は奇数、ただし } \boxed{(9)} \leq \boxed{(10)}) \\ \frac{1}{\boxed{(11)}} (n + \boxed{(12)})^2 (n \text{ は偶数}) \end{cases}$$

であり、奇数と偶数の場合を合わせると

$$a_n = \frac{1}{\boxed{(13)}} \{ \boxed{(14)} n^2 + \boxed{(15)} n + \boxed{(16)} + \boxed{(17)} n \}$$

となる。

慶應義塾大 環境情報 2020 年 改

33. 数列 $\{a_n\}$ を次の条件 (i)、(ii) により定める。

- (i) $a_1 = 1$ である。
 (ii) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し、 n が奇数ならば $a_{n+1} = -a_n + 1$ 、また n が偶数ならば $a_{n+1} = -2a_n + 3$ である。
 さらに、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{2n-1}$ により定め、数列 $\{c_n\}$ を $c_n = a_{2n}$ により定める。次の問いに答えよ。
 (1) a_2, a_3, a_4, a_5 を求めよ。
 (2) 数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。
 (3) 自然数 m に対して、数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $(2m - 1)$ 項までの和を T_m とする。 T_m を m を用いて表せ。

広島大 経済など (前期) 2020 年

34. c を実数の定数とし、

$$a_1 = 0, a_{2n} = a_n + c, \\ a_{2n+1} = a_n + 1 - c \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ を考え、この数列を次のように 1 個、2 個、4 個、8 個、 $\dots$ の項からなる群に分ける。

$$a_1 \mid a_2, a_3 \mid a_4, a_5, a_6, a_7, \mid a_8, \dots, a_{15}, \mid a_{16}, \dots$$

すなわち、 $k = 1, 2, 3, \dots$ に対し、第 k 群は 2^{k-1} 個の項からなる。たとえば、第 3 群の左端は a_4 、右端は a_7 であり、4 個の項からなる。

(1) $a_8, a_{15}, a_{32} + a_{33} + a_{34} + a_{35}$ を求めると

$$a_8 = \boxed{(1)}, a_{15} = \boxed{(2)}, a_{32} + a_{33} + a_{34} + a_{35} = \boxed{(3)}$$

のように c の式で表すことができる。

- (2) a_n が第 k 群の右端であるとき、 n を k の式で表すと $n = \boxed{(4)}$ であり、 a_n を k と c の式で表すと $a_n = \boxed{(5)}$ である。
 (3) 第 k 群に含まれるすべての項の和を T_k とする。 $T_{k+1} - 2T_k$ を k の式で表すと $T_{k+1} - 2T_k = \boxed{(6)}$ である。さらに数列 $\left\{ \frac{T_k}{2^k} \right\}$ を考えることにより、数列 $\{T_k\}$ の一般項を求めると、 $T_k = \boxed{(7)}$ となる。
 (4) 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 k 群の右端までのすべての項の和を S_k とする。数列 $\{S_k\}$ の一般項は $S_k = \boxed{(8)}$ である。

明治大 理工 (一般) 2020 年 改

35. a, c を正の実数とし、数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = a$ 、

$$a_{n+1} = \frac{c}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。また、 $b_n = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$ とおく。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $a = 3$ かつ $c = 1$ のとき、 a_5 と a_6 を求めなさい。
 (2) 自然数 n に対して $b_n b_{n+1} \geq 9c$ であることを証明しなさい。また、等号が成り立つのは a と c がどのような関係のときか。
 (3) 自然数 n に対して $b_n + b_{n+1} + b_{n+2} \geq 4\sqrt{5c}$ であることを証明しなさい。また、等号が成り立つのは a と c がどのような関係のときか、 n が奇数の場合と偶数の場合に分けて答えなさい。

埼玉大 教育など (前期) 2020 年

36. 数列 $\{a_n\}, \{b_m\}$ を以下のように定める。

$$a_1 = \frac{1}{4}, a_2 = 0, \\ a_{n+2} = 2a_{n+1} - 4a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \\ b_m = a_{3m} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

- (1) a_3, a_4, a_5, a_6 を求めよ。

- (2) b_{m+1} を b_m を用いて表せ。また、数列 $\{b_m\}$ の一般項を求めよ。
- (3) M を正の整数とする。 $S_{3M} = \sum_{n=1}^{3M} a_n$ を求めよ。
- (4) $a_n > 2020$ を満たす n の最小値を求めよ。

同志社大 文など (学部個別日程) 2020 年

37. 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_{n+1} = \frac{2a_n - 4}{13a_n - 8} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

また、自然数 k に対して、整数 p_k を k を 3 で割ったときの商とし、

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k^{p_k}$$

とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 の値をそれぞれ求めよ。
- (2) S_9 の値を求めよ。
- (3) $S_{3m}, S_{3m+1}, S_{3m+2}$ ($m = 2, 3, \dots$) を m を用いてそれぞれ表せ。

静岡大 理など (前期) 2020 年

38. a_0 を $0 \leq a_0 \leq 1$ を満たす定数とする。漸化式 $a_{n+1} = 4a_n(1 - a_n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) すべての n に対し、 $0 \leq a_n \leq 1$ が成り立つことを示せ。
- (2) (1) より $a_n = \sin^2 \theta_n$ かつ $0^\circ \leq \theta_n \leq 90^\circ$ を満たす θ_n が各 n に対してただ 1 つ定められる。このとき θ_{n+1} を θ_n で表せ。
- (3) $a_0 = \sin^2 30^\circ, a_0 = \sin^2 50^\circ$ のそれぞれの場合において、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

東京海洋大 海洋生命科学など (前期) 2020 年 改

39. 次の条件 (i)、(ii) を満たす実数 θ と数列 $\{a_n\}$ を考える。

(i) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}, a_1 = \tan \theta, a_{2020} = 0$

(ii) すべての正の整数 n に対して、 $a_n \neq \frac{1}{\tan \theta}, a_{n+1} = \frac{\tan \theta + a_n}{1 - a_n \tan \theta}$ このとき、 θ の最小値は $\boxed{(1)}$ である。

早稲田大 商 2020 年 改

40. z を複素数とし、数列 $\{a_n\}$ が漸化式 $a_{n+1} = za_n - z^2$

を満たすとする。 $z = \frac{\boxed{(1)}}{\boxed{(2)}} \pm \frac{\sqrt{\boxed{(3)}}}{\boxed{(4)}}i$ のとき、一般項

が $a_n = 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) となる。

慶應義塾大 商 (A 方式) 2020 年

41. α は $\alpha^2 - \alpha - 1 = 0$ をみたすような正の実数とする。

- (1) すべての自然数 n に対して、 $\alpha^n = a_n \alpha + b_n$ をみたすような整数 a_n, b_n が存在する。たとえば、

$$a_3 = \boxed{(1)}, b_3 = \boxed{(2)},$$

$$a_4 = \boxed{(3)}, b_4 = \boxed{(4)},$$

$$a_5 = \boxed{(5)}, b_5 = \boxed{(6)}$$

である。このとき、すべての自然数 n について、

$$a_{n+2} = \boxed{(7)}a_{n+1} + \boxed{(8)}$$

が成り立つ。

- (2) すべての自然数 n に対して、 $\alpha^n = p_n + q_n \sqrt{5}$ をみたすような有理数 p_n, q_n が存在する。ここで、 p_n, q_n がともに整数であるような自然数 n の値を小さい方から順に 4 つ挙げると $\boxed{(9)}, \boxed{(10)}, \boxed{(11)},$

$\boxed{(12)}$ 、となり、

$$\alpha^{\boxed{(9)}} = \boxed{(13)} + \boxed{(14)}\sqrt{5}$$

$$\alpha^{\boxed{(10)}} = \boxed{(15)} + \boxed{(16)}\sqrt{5}$$

$$\alpha^{\boxed{(11)}} = \boxed{(17)} + \boxed{(18)}\sqrt{5}$$

$$\alpha^{\boxed{(12)}} = \boxed{(19)} + \boxed{(20)}\sqrt{5}$$

である。また p_n, q_n がともに整数であるような 100 以下の自然数 n は、全部で $\boxed{(21)}$ 個ある。

東京理科大 理 (B 方式) 2020 年 改

42. i を虚数単位とし、複素数 a_n を

$$a_1 = -1, a_{n+1} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}a_n + \sqrt{3}i \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。また、複素数 b_n を

$$b_1 = 1, b_{n+1} = a_n b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。
- (2) すべての正の整数 n について $a_{n+3} = a_n$ が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (3) b_n を求めよ。

琉球大 工など (前期) 2020 年

43. 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を、初項 $a_1 = 0, b_1 = 1$ 、および次の漸化式で定める。

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + \sqrt{3}b_n \\ b_{n+1} = -\sqrt{3}a_n + b_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $a_2, a_3, a_4, b_2, b_3, b_4$ を求めよ。
 (2) すべての自然数 n に対して、 $a_{n+3} = -8a_n, b_{n+3} = -8b_n$ が成り立つことを示せ。
 (3) $\sum_{n=1}^9 a_n$ を求めよ。
 (4) 次で定まる T の値を求めよ。

$$T = \frac{1}{\sqrt{3}} b_{2020} + \sum_{n=1}^{2020} a_n$$

鹿児島大 理など（前期）2020 年

44. 数列 $\{a_n\}, b_n$ が

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{2 - \frac{2}{9^n} a_n} - \frac{\sqrt{2}}{3^n} b_n$$

$$b_1 = 0, b_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{3^n} a_n + \sqrt{2 - \frac{2}{9^n} b_n}$$

により定められている。複素数 z_n を

$$z_n = a_n + b_n i$$

で定める。ただし、 i は虚数単位とする。また、複素数平面上で $0, z_n, z_{n+1}$ を頂点とする三角形の面積を T_n とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\left| \frac{z_{n+1}}{z_n} \right|$ を求めよ。
 (2) $\theta_n = \arg \frac{z_{n+1}}{z_n}$ とするとき、 $\sin \theta_n$ を求めよ。
 (3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} T_n$ の和を求めよ。

名古屋市立大 医など（前期）2020 年

45. $\alpha > 0$ に対して、

$$f(\alpha) = \int_0^1 |\alpha x - 1| dx$$

とおき、数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 3, a_{n+1} = f(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。次の問に答えよ。

- (1) $0 < \alpha \leq 1$ のとき、 $0 < f(\alpha) < 1$ が成り立つことを示せ。
 (2) a_2 と a_3 を求めよ。
 (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

宮城教育大 教育など（前期）2020 年

46. n を自然数とし、数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を次の (i)、(ii) で定める。

(i) $a_1 = b_1 = 1$ とする。

(ii) $f_n(x) = a_n(x+1)^2 + 2b_n$ とし、 $-2 \leq x \leq 1$ における $f_n(x)$ の最大値を a_{n+1} 、最小値を b_{n+1} とする。以下の問に答えよ。

- (1) すべての自然数 n について $a_n > 0$ かつ $b_n > 0$ であることを示せ。
 (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
 (3) $c_n = \frac{a_n}{2^n}$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

神戸大 文など（前期）2020 年

47. p を 2 以上の自然数とし、数列 $\{x_n\}$ は

$$x_1 = \frac{1}{2^p + 1}, x_{n+1} = |2x_n - 1| \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたすとする。以下の問に答えよ。

- (1) $p = 3$ のとき、 x_n を求めよ。
 (2) $x_{p+1} = x_1$ であることを示せ。

神戸大 理など（前期）2020 年

48. 関数 $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ に対して、

$$f_1(x) = f(x),$$

$$f_{n+1}(x) = f(f_n(x)) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。次の各問に答えよ。

- (1) $f_2(x)$ と $f_3(x)$ を求めよ。
 (2) 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ を $f_n(x) = a_n x + b_n$ で定めるとき、一般項 a_n, b_n を求めよ。
 (3) 曲線 $y = x^2 - f_n(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を S_n とする。極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

名城大 理工（3 教科 A 方式など）2020 年

49. 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を用いて表される関数 $f_n(x) = a_n x + b_n$ が、以下の等式を満たす。

$$f_1(x) = x + 1$$

$$x^2 f_{n+1}(x) = x^2 - \int_0^x t f_n(t) dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき

$$a_n = \boxed{1} \left(\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}} \right)^n$$

$$b_n = \frac{\boxed{4}}{\boxed{5}} \left(\frac{\boxed{6}}{\boxed{7}} \right)^n + \frac{\boxed{8}}{\boxed{9}}$$

である。

上智大 総合人間科学など 2020 年

50. 自然数 n について、関数 $f_n(x)$ を

$$f_1(x) = x^2 - x + 1,$$

$$f_{n+1}(x) = x^2 - x + 2 \int_0^1 f_n(t) dt$$

で定め、数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \int_0^1 f_n(t)dt$ で定める。

(1) $a_1 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$ である。

(2) $f_2(x) = x^2 - x + \frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$ である。

(3) $a_{n+1} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{7}}a_n - \frac{\boxed{6}}{\boxed{7}}$ である。よって、 $a_n = \frac{\boxed{8}^{n+1} + \boxed{9}}{\boxed{10}}$ となる。

(4) $f_n(x) = x^2 - x + \frac{\boxed{11}^n + \boxed{12}}{\boxed{13}}$ である。

金沢工業大 工など (一般 A) 2020 年 改

51. 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 、 $\{c_n\}$ 、 $\{d_n\}$ に対して、関数

$$P_n(x) = a_n x^3 + b_n x^2 + c_n x + d_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を考える。 $P_n(x)$ の導関数 $P'_n(x)$ に対して、

$$P_{n+1}(x) = (x+1)P'_n(x) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

がすべての実数 x に対して成り立つとする。 $a_1 = b_1 = c_1 = d_1 = 1$ のとき、以下の問いに答えよ。

- (1) a_2 、 b_2 、 c_2 、 d_2 を求めよ。
- (2) 数列 $\{e_n\}$ 、 $\{f_n\}$ 、 $\{g_n\}$ 、 $\{h_n\}$ を、すべての実数 x に対して、
 $P_n(x) = e_n(x+1)^3 + f_n(x+1)^2 + g_n(x+1) + h_n$
(ただし $n = 1, 2, 3, \dots$)
が成り立つように定める。このとき、 $\{e_n\}$ 、 $\{f_n\}$ 、 $\{g_n\}$ 、 $\{h_n\}$ の一般項を求めよ。ただし、 $k = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 $(x+1)^k$ の導関数は $k(x+1)^{k-1}$ となることを用いてよい。
- (3) $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 、 $\{c_n\}$ 、 $\{d_n\}$ の一般項を求めよ。

東京海洋大 海洋工など (前期) 2020 年 改

52. 数列 $\{a_n\}$ と、その初項から第 n 項までの和 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) は、次の条件を満たしている。

$$a_1 = 2, 3a_{n+1} = S_n(1 - 2S_{n+1}) + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_2 、 S_2 の値を求めよ。
- (2) S_{n+1} は、ある既約な分数式 $f(x)$ を用いて $S_{n+1} = f(S_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と表される。このとき、 $f(x)$ を求めよ。
- (3) 定数 r 、 β は $r \neq 0$ 、 $r \neq 1$ 、 $\beta \neq 1$ とする。(2) で求めた $f(x)$ に対して、分数式 $g(x) = \frac{x+1}{\beta x+1}$ は条

件 $f(g(x)) = g(rx)$ を満たす。このとき、 r 、 β の値を求めよ。

(4) (3) で求めた $g(x)$ に対して、数列 $\{T_n\}$ は条件 $g(T_n) = S_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす。このとき、 $\{T_n\}$ の一般項を求めよ。

(5) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{T_n}$ を求めよ。

同志社大 文化情報など 2020 年

53. n 、 k を $1 \leq k \leq n$ を満たす整数とする。 n 個の整数 2^m ($m = 0, 1, 2, \dots, n-1$)

から異なる k 個を選んでそれらの積をとる。 k 個の整数の選び方すべてに対しこのように積をとることにより得られる ${}_nC_k$ 個の整数の和を $a_{n,k}$ とおく。例えば、

$$a_{4,3} = 2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^2 + 2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^3 + 2^0 \cdot 2^2 \cdot 2^3 + 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 = 120$$

である。

- (1) 2 以上の整数 n に対し、 $a_{n,2}$ を求めよ。
- (2) 1 以上の整数 n に対し、 x についての整式

$$f_n(x) = 1 + a_{n,1}x + a_{n,2}x^2 + \dots + a_{n,n}x^n$$

を考える。 $\frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)}$ と $\frac{f_{n+1}(x)}{f_n(2x)}$ を x についての整式として表せ。

- (3) $\frac{a_{n+1,k+1}}{a_{n,k}}$ を n 、 k で表せ。

東京大 理科 (前期) 2020 年

54. 2 次関数 $y = x^2 - 2x + 3$ のグラフを C とする。自然数 n に対し、次を満たすように、点 A_n と直線 l_n を定める。

- A_n は C 上の点である。
- A_1 は x 座標が -1 である。
- l_1 は A_1 を通り、傾き -1 の直線である。
- C と l_n との交点は A_n 、 A_{n+1} の 2 点である。
- 2 直線 l_n 、 l_{n+1} は点 A_{n+1} で直交する。

また、こうして定めた点 A_n の x 座標を x_n とする。

- (1) A_2 の座標は $(\boxed{1}, \boxed{2})$ である。
- (2) l_2 の方程式は $y = \boxed{3}x + \boxed{4}$ である。
- (3) A_3 の座標は $(\boxed{5}, \boxed{6})$ である。
- (4) x_{n+1} を x_n を用いて表すと、 n が奇数のときは $x_{n+1} = \boxed{7}$ であり、 n が偶数のときは $x_{n+1} = \boxed{8}$ である。
- (5) x_n の値として現れない整数のうち、正で最小のものは $\boxed{9}$ である。

- (6) C と l_n で囲まれた面積は、 $\frac{\boxed{10}}{\boxed{11}} \times \left| n + \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}} \right|^3$ である。

55. O を原点とする xy 平面上に 2 直線

$$l : y = \sqrt{3}x, \quad m : y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$$

がある。正の整数 n に対して、 l 上に点 $P_n(n, \sqrt{3}n)$ をとり、 m 上に点 $Q_n\left(x_n, -\frac{1}{\sqrt{3}}x_n\right)$ をとる。ただし、 x_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は次の条件 (I)、(II) を満たすとする。

(I) $x_1 = 1$ である。

(II) $n \geq 2$ のとき、 x_n は、 Q_{n-1} を通り l と平行な直線と、 x 軸との交点の x 座標である。

また、正の整数 n に対して、 $\triangle OP_n Q_n$ の面積を a_n とする。

(1) x_n を n を用いて表せ。

(2) a_n を n を用いて表せ。

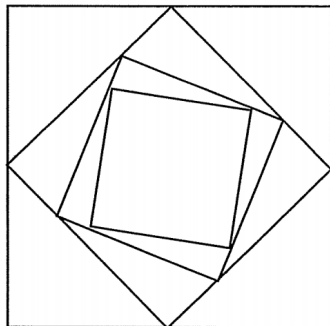
(3) 正の整数 n に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ と定める。 S_n を n を用いて表せ。

筑波大 理工など (前期) 2020 年

56. 1 辺の長さが 1 の正方形の面積を S_0 とする。下図に示すように、この正方形の各辺を 1:1 に内分する 4 点を頂点とする正方形を作り、その面積を S_1 とする。さらに新しくできた正方形の各辺を 2:1 に内分する 4 点を頂点とする正方形を作り、その面積を S_2 とする。次に面積 S_2 の正方形の各辺を 3:1 に内分する 4 点を頂点とする正方形を作り、その面積を S_3 とする。以下、同様にこの操作を n 回行った後にできる正方形の面積を S_n とする。

(1) 面積 S_2 を求めよ。

(2) 面積 S_n と S_{n-1} の関係を表す漸化式を求めよ。



豊橋技術科学大学 工 (前期) 2020 年 改

57. 円 A と円 B と直線 l がそれぞれ異なる点で接しているとする。 A と l の接点を P_A とし、 B と l の接点を P_B とする。 C_1 を A と B と l に接する円とする。ただし、 C_1 と l の接点 P_1 は、線分 $P_A P_B$ 上にあるとする。また、 C_2 を A と C_1 と l に接する円とする。ただし、

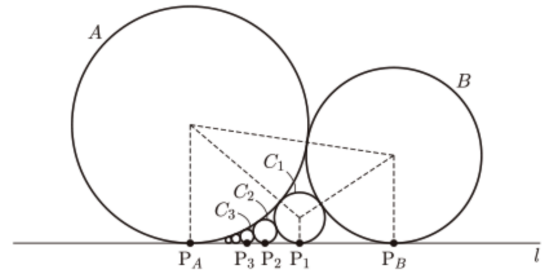
C_2 と l の接点 P_2 は、線分 $P_A P_1$ 上にあるとする。以下同様に、自然数 n に対し、 C_{n+1} は A と C_n と l に接する円であり、 C_{n+1} と l の接点 P_{n+1} は線分 $P_A P_n$ 上にあるとする。 A の半径を a とし、 B の半径を b とするとき、以下の問いに答えなさい。

(1) 線分 $P_A P_B$ の長さを a, b を用いて表しなさい。

(2) C_1 の半径を r_1 とするとき、 $\frac{1}{\sqrt{r_1}}$ を a, b を用いて表しなさい。

(3) C_n の半径を r_n とするとき、 $\frac{1}{\sqrt{r_n}}$ を a, b, n を用いて表しなさい。

(4) a と b が $a + b = 1$ を満たしながら動くとき、 C_n の半径 r_n の最大値を n を用いて表しなさい。また、そのときの a の値を n を用いて表しなさい。



首都大学東京 理など (前期) 2020 年

58. ある水槽に水を入れておくと、1 日 (24 時間) 経つと水の容積が 10% 減少する。その水槽が空の時、1 回目に 10 リットルの水を入れ、その後、1 日経つ毎に p リットル ($0 < p < 10$) の水をさらに入れるものとする。 a_n は n 回目に水を入れた直後の水槽の水の容積 (単位はリットル) とする。数列 $\{a_n\}$ において、 $n \geq 1$ のとき a_{n+1} と a_n の間には、 p を用いて $a_{n+1} = \boxed{(1)}$ となる関係式が成り立つ。したがって、数列 $\{a_n\}$ の一般項は n と p を用いて、 $a_n = 10\{\boxed{(2)}\}p + 10\boxed{(3)}$ となる。よって、毎回水を入れた直後の水の容積が常に一定となるのは、 $p = \boxed{(4)}$ のときである。

立命館大 薬など 2020 年 改

59. 階段を上るとき、一度に上ることが出来る段数は 1 段または 2 段のみであるとする。このとき以下の問いに答えなさい。
- (1) ちょうど 10 段上る方法は全部で何通りあるか答えなさい。
- (2) n を正の整数とする。ちょうど n 段上る方法は全部で何通りあるか答えなさい。

大分大 医 (前期) 2020 年

60. n を正の整数とする。3 種類の数字 1、2、3 を並べて、各位の数字が 1、2、3 のいずれかである n 桁の整数

をすべて作る。数字は重複して使ってもよいし、使わない数字があってもよい。次の問いに答えよ。

- (1) 各位の数の合計が奇数になる整数の総数を x_n 、各位の数の合計が偶数になる整数の総数を y_n とする。
 $y_n + x_n$ 、 $y_n - x_n$ および y_n の値を n を用いてそれぞれ表せ。
- (2) 各位の数の合計が 4 の倍数になる整数の総数を z_n とするとき、 z_n の値を n を用いて表せ。
- (3) y_n 、 z_n は (1)、(2) で求めたものとする。初項 c_1 は 0 でないとして、次の条件を満たす等比数列 $\{c_n\}$ の公比を求めよ。

数列 $\{c_n \left(\frac{z_n}{y_n} - \frac{1}{2} \right)\}$ が 0 でない値に収束する。

新潟大 理など（前期）2020 年

61. n を自然数とする。3 種類の文字 A、B、C を用いて長さ n の文字列を作ること考える。このような文字列のうち、以下の条件を満たすものを AB 禁止文字列と呼ぶ。

条件：文字 A、B がこの順に連続して現れない。

たとえば、長さ 5 の文字列 AACBA は AB 禁止文字列であるが、CABAC は AB 禁止文字列ではない。長さ n の AB 禁止文字列の個数を P_n と書く。たとえば、長さ 1 の文字列はすべて AB 禁止文字列だから $P_1 = 3$ であり、長さ 2 の文字列は AB を除いてすべて AB 禁止文字列だから $P_2 = 8$ である。以下の問いに答えよ。

- (1) 長さ n の AB 禁止文字列のうち、末尾が A のものの個数を P_n^A とおく。同様に末尾が B、末尾が C であるような長さが n の AB 禁止文字列の個数をそれぞれ P_n^B 、 P_n^C とおく。このとき、三つの等式

$$P_{n+1}^A = P_n, \quad P_{n+1}^C = P_n, \quad P_{n+1}^B = P_n^B + P_n^C$$

が成り立つ。理由を説明せよ。

- (2) 等式

$$P_{n+2} = 3P_{n+1} - P_n$$

が成り立つことを示せ。

- (3) 二次方程式

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

の解を α 、 β （ただし $\alpha < \beta$ ）とおく。等式

$$P_{n+2} - \alpha P_{n+1} = \beta (P_{n+1} - \alpha P_n)$$

および

$$P_{n+2} - \beta P_{n+1} = \alpha (P_{n+1} - \beta P_n)$$

が成り立つことを示せ。

- (4) 極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{n+1}}{P_n}$$

を調べよ。

広島大学 理（後期）2020 年