

ニュートンの3法則*

ぽこラボ所長

2022年10月28日

ニュートンの3法則は以下の3つです。¹⁾第1法則、第2法則、第3法則をこの順で並べました。

1. すべての質点はそれに加えられた力によってその状態が変化させられない限り、整理あるいは1直線上の等速運動の状態を続ける。
2. 質点の運動量 (= 質量 × 速度) の変化は、加えられた力の方向にそって起こり、かつ、微小時間内における運動量の単位時間あたりの変化の大きさは加えられた力の大きさに等しい。
3. すべての作用に対して、等しく、かつ反対向きの反作用が常に存在する。すなわち、互いに働き合う2つの質点の相互作用は常に相等しく、かつ反対方向へと向かう。

意外と第1から第3の順番も大事なので合わせて覚えてもらえればと思います。²⁾とはいえ、日本語をそのまま丸暗記しても意味がないので、それぞれの名前と合わせてこの文章の意味を補足説明しますね。

まず第1法則は「慣性の法則」という名前がついています。中学生の理科でも出てくるので、言葉通りの意味を理解する分には、それほど難しくないのでないかと思います。質点に加わった力をすべて合わせた合力がゼロになるとき、質点の運動の状態は静止もしくは等速度運動を続けるというものです。もう少し詳しい補足は後ほどします。

第2法則は「運動方程式」と呼ばれるものです。高校物理では $F = ma$ もしくは $ma = F$ という形で出てきたはず。ここではそれを少し拡張しておきます。その方が後で便利だからですね。具体的には、高校物理で出てくる $F = ma$ の ma の部分を運動量に変えておきましょう。運動量には p という文字がよくあてられて、ここでは質点の質量と速度の積を p とおきます。

$$p(t) = m(t)v(t) \tag{1}$$

* この他にも大学物理のPDFはこちらにまとめています。 <https://otonaphys.com/undergraduate-phys-pdfpage/>

1) 「物理学序論としての力学」藤原邦男（東京大学出版会）から引用しました。

2) 力学の教科書を読んでいると「ニュートンの第3法則より」といった記述を見かけることがよくありますが、その度にその法則の説明に戻ってくるのは少し手間です。覚えましょう。

微小時間 Δt で、この $p(t)$ が以下のように変化するので、

$$\frac{p(t + \Delta t) - p(t)}{\Delta t} \quad (2)$$

この Δt がゼロになる極限を取って、それが力と等しいとしたものを運動方程式とします。

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t + \Delta t) - p(t)}{\Delta t} = \frac{d}{dt} p(t) = F(t) \quad (3)$$

よって、以下の形で運動方程式を覚えておくといいでしょう。

$$\frac{d}{dt} p(t) = F(t) \quad (4)$$

このように書き換えておくとも質量が変化するときの運動も追えるようになるのがポイントです。高校物理の範囲では質点の質量が増えることはなかったですが、大学以降の力学では、単位時間あたりに質量が変化する運動方程式も扱うので、こちらの方が扱いやすいわけです。また剛体の運動を扱うときに出てくる回転の運動方程式がこの形と全く同じ形になり覚えやすいメリットもあります。

ちなみにこの運動方程式に $p(t) = m(t)v(t)$ を代入すると

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt} m(t) \right) v(t) + m(t) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) &= F(t) \\ \text{もしくは } \dot{m}(t)v(t) + m(t)\dot{v}(t) &= F(t) \end{aligned} \quad (5)$$

のようになり、ちゃんと質量の時間変化の項が入ってきますね。高校物理のように質量の時間微分がゼロ、すなわち質量が変化しないときには

$$\begin{aligned} m\dot{v}(t) &= F(t) \\ \text{もしくは } ma(t) &= F(t) \end{aligned} \quad (6)$$

という見慣れた形が出てきます。

続いて、第3法則の説明に移ります。第3法則も中学の理科で習う「作用・反作用の法則」のことなので、それほど難しくはありませんね。「押したら同じ力で押し返される」「引いたら同じ力で引き返される」という単純な話です。³⁾力学で出てくる「観測系に依存しない力」は全て作用・反作用の相互作用関係で説明できる力になっています。「観測系に依存しない力」以外もあって、これが「見かけの力」などと呼ばれる力ですね。詳しいことは学習が進むと出てきますが、いわゆる慣性力というやつでその中には遠心力とかコリオリ力（これも後で出てきます）なども含まれます。

3) 接触していないもの同士でも作用・反作用の法則は成り立つので注意しましょう。磁石同士は離れていても引きあったり、反発しあったりします。

見かけの力はどの立場（観測系）で現象を観測するかに依存して出てくる力です。高校物理の範囲だと「自分（観測系）が加速度 $a(t)$ で動いているときには、観測されている質量 m の物体が $-ma(t)$ の慣性力を受ける」という風に習っているのではないのでしょうか。自分が静止している場合や、等速度運動している場合にはこの見かけの力は生じないので、見かけの力を単体で見ると、作用反作用の法則で説明できる力ではないですね。

さて、これで簡単な部分の説明は終わっているのですが、少し難しい内容が残っています。⁴⁾ というのは、先ほど出てきた「自分が静止している場合」「自分が等速度運動している場合」というのが一体誰に対して静止しているのか、誰に対して等速度運動しているのか、という話です。誰が見ても、静止している、もしくは止まっているという観測系はあるのか、という問題に言い換えることもできます。

ふだん生活している分には止まっている、あるいは等速度運動していると思っているものでも、そもそも地球が自転やら公転やらしているので、実際は止まっていませんし、等速度運動をしているわけでもありません。⁵⁾ 太陽だって他の惑星だって動いているわけですし、、、と考えると何が（どこが）止まっていると考えるべきかは難しい問題です。難しいんですけど、何はともあれ「そういう止まっている場所、もしくは等速度運動している場所（慣性系）は存在するとしましょう」というのが慣性系の存在についての言及になります。

実は第1法則はこの「慣性系の存在」に関する言及も含むと考えるのが、力学の一般的な解釈のようです。⁶⁾ 確かにこの「慣性系の存在」の意図がなければ、第2法則の加速度ゼロバージョンが第1法則になってしまうので、わざわざ第1と第2を分けているのは、そういうことなのかな？と解釈はできそうです。

長々と「慣性系の存在」について解説しましたが、実際これ以降はあんまり意識しなくても力学を理解することはできるので、一旦初学者の人は理解できていなくても問題ありません。これから出てくるシチュエーションに関しては、特に断りがなければ「慣性系から見ると」という前提があるものと思ってください。⁷⁾

4) ここからは筆者も自信がないので、ご自身でもしっかり調べて理解されることを期待します。

5) 自転を含む回転運動は速度が変わらないとしても、向きが変わるので等速度運動ではありません。

6) もっと勉強して新たな知見が得られたら追記しますが、現状の筆者の理解はここで記述した通りになります。

7) 多くの運動は地球の時点や公転による慣性力を無視しても説明できてしまうので、細かい計算をしない限りは無視してもOKです。